

矩形件排样的研究进展

邓冬梅 周来水

(南京航空航天大学机电学院,南京 210016)

文 摘 从复合材料排样的需求出发,研究了矩形件排样问题。给出了矩形件排样的定义、分类,综述了国内外有关矩形件排样的各种算法,包括经典的近似算法、启发式算法及超级启发式算法和精确求解算法;并对各种算法的排样质量和效率进行比较,以期能为复合材料排样的研究提供帮助。

关键词 矩形件,排样,算法

Research Development of Rectangular Pieces Packing

Deng Dongmei Zhou Laishui

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract To meet the demand of composite packing, the research development of rectangular pieces packing problems is reviewed. The definition and classification are described. The overview of the solution approaches in the literature for regular packing is given, including classical approximation algorithms, recent heuristic and metaheuristic methods and exact enumerative approaches. The solution quality and computation time of different methods are described. The objective of this paper is to facilitate the study of composite packing.

Key words Rectangular pieces, Packing problem, Algorithm

1 前言

复合材料因其具有质量轻、比强度高、比模量高及性能的可设计性等独特性能,日益受到各行业的高度重视,尤其是在航空航天领域得到广泛应用。材料形成和产品成型可同时完成是复合材料的主要特点之一。制造复合材料构件时需先完成预浸料毛坯展开、进行综合排样、组合下料,然后才能铺层,形成构件。如何最大限度地节约材料,提高原材料的利用率是复合材料构件成型的重要目标。由于复合材料的各向异性,需要专门的 CAD/CAM 工具,实现优化排样、数控剪裁等功能。目前国外已有一些用于复合材料构件设计的 CAD/CAM 软件,如 CATIA 里的 Covering 模块^[1]及美国 VISTAGY 公司基于 CATIA 平台开发的 FiberSim CEE 软件^[2]等;但国内少见有关复合材料优化排样问题的研究报道。本文参考大量国内外文献,对矩形件排样问题进行综述,以期对复合材料排样的研究有所帮助。

2 定义

待排矩形件简称样件,排样所用原材料称板材,待排件数量记作 n ,每个样件记为 $R_i (i=1, 2, \dots, n)$ 。

矩形件排样问题通常是指将一系列矩形零件 $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)$, 排布在一宽为 W , 长(高)为 L 的矩形板材 P 上,使得排放区域的废料尽可能少,并要满足以下约束:(1) R_i, R_j 互不重叠, $i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n$; (2) R_i 能够且必须放在 P 内, $i = 1, 2, \dots, n$; (3) 满足一定工艺要求。

不规则形状零件可通过计算机图形处理技术转化为矩形件进行排样^[3~4],矩形件排样是研究排样问题的基础。该类问题属 NP(Nondeterministic Polynomial-bounded)完全问题,没有可行的多项式时间算法求解,但实际生产的需要,促使许多学者对此给予关注,并提出一些有效的近似求解算法^[5~6]和精确算法^[7]。

3 分类

收稿日期:2005-05-26

作者简介:邓冬梅,1976年出生,博士研究生,主要从事 CAD/CAM 方面的研究工作

根据排样区域(板材或卷材)的具体情况,矩形件排样可分为两大类:(1)给定多块长、宽一定的矩形板材,要求排放后使用板材数量最少,即二维装箱问题(2BP);(2)给定的板材宽为定值 W_0 ,长(高) L 不限,要求各零件排放后,所用材料长(高)度最短,即二维条料排放问题(2SP)。

这两类问题密切相关,许多求解算法稍加修改可通用^[8]。本文主要探讨2SP问题。

在服装及木材加工行业,原材料大都有固定纹理,所以样件的排布方向是有限定的;有些下料设备或工艺,要求正交下料或一刀切)。根据材料性能及下料工艺的不同可将矩形件排样分为正交与非正交排样,见图1,其中以对正交排样研究为主。正交排样是指排放时样件的边平行板材的边。正交排样可分为四类:RF、RG、OF及OG。其中,R表示可以旋转90°;O表示方向固定,不允许旋转;G表示采用一刀切工艺,F表示不采用一刀切工艺。

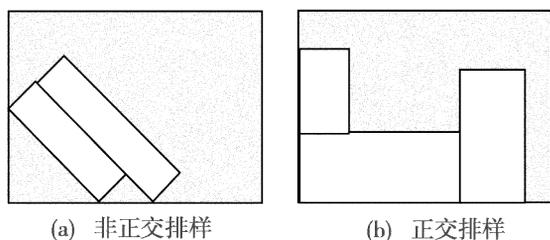


图1 排样示意图
Fig 1 Layout

4 解决办法

4.1 启发式算法

按给定顺序(如宽度或高度降序排序等)将样件 R 按启发式规则放置在板材上,主要包括BL、BLF、分层排样算法等,其中BL算法应用最广。

4.1.1 BL(Bottom-Left)算法^[8]

BL算法最早是由Baker等人在20世纪80年代初提出的,首先把 R_1 放在板材左下角, $R_i(i=2,3,\dots,n)$ 置于板材右边最大高度处,然后基于最下、最左原则进行排放。重复上述过程,直至所有零件排放完毕,最后所得最大高度即为所需板材高度。该方法求解方便,容易实现,但效果不理想,材料利用率不高。

4.1.2 改进的BL算法(下台阶算法)^[9]

基本过程同BL,只是在向下向左移动时,采用向下优先的原则,二者的区别见图2。该算法比BL算法能获得更优质解,但对一个已知最优解的排样图,该算法无能为力。

宇航材料工艺 2006年 第5期

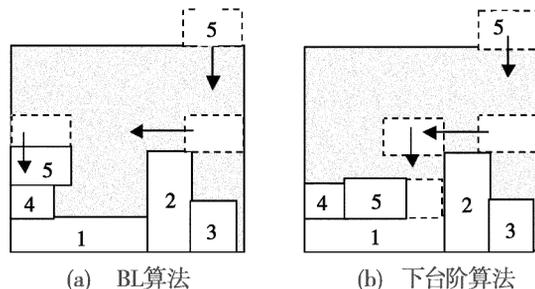


图2 BL算法和下台阶算法
Fig 2 BL and improved BL Algorithm s

4.1.3 最低水平线法^[10]

此法也是对BL算法的改进,但在排放 R_i 时,不是基于最下最左原则,而是在已排样件最高水平线中选取最低的一段,如有数段,则取最左段进行排放。若不能放下,则搜索其余线段直至能排入。就图2而言,和下台阶算法排样效果一样,但具体做法不同,二者区别可参见文献[10]。该算法排样结果优于BL。

4.1.4 BLF(Bottom-left Fill)算法^[6]

根据最左最下原则放置 R_1 ,并记录空余区域。排放矩形件 R_i 时,对所有空余区域进行搜索,并依据BL法把 R_i 放置在第一个能放下的区域。采用该算法能很好地利用BL算法中形成的局部空余区域,如图3所示。排样效果优,但耗时,其时间复杂度为 $O(n^3)$,BL算法为 $O(n^2)$ 。

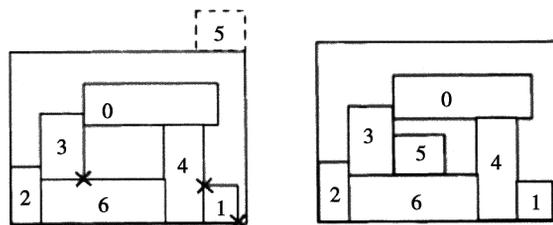


图3 BLF算法
Fig 3 BLF Algorithm

4.1.5 分层排布算法^[8]

样件按一定顺序排放,排放下一样件时,若当前层剩余空间不足,则以当前层所排样件的最高水平线为基准开辟新层,见图4(a)。分层排样满足一刀切。若将样件按高度递减顺序排放,即为规范化分层排样,如图4其余图示。根据开辟新层规则的不同,规范化排样又可分为三种,即NFDH(Next-Fit Decreasing Height)、FFDH(First-Fit Decreasing Height)、BFDH(Best-Fit Decreasing Height)。

NFDH:排放时,若当前层剩余空间不足则“关闭”当前层,并开辟新层进行排放。见图4(b),在排

放件 3 时,因第一层所剩宽度不够,所以开辟第二层,进行排放。

FFDH:在现有层中搜索,将待排件按 BL 准则,放置在第一个适合的层,若现有层均不能放下,开辟新层,如图 4(c)中件 4 的排放。

BFDH:在现有层中搜索,将待排件按 BL 准则,放置在最适合的层(排放后,哪一层材料利用率最高即为最适合层),若现有层均不能放下,开辟新层,如图 4(d)中件 5 的放置。

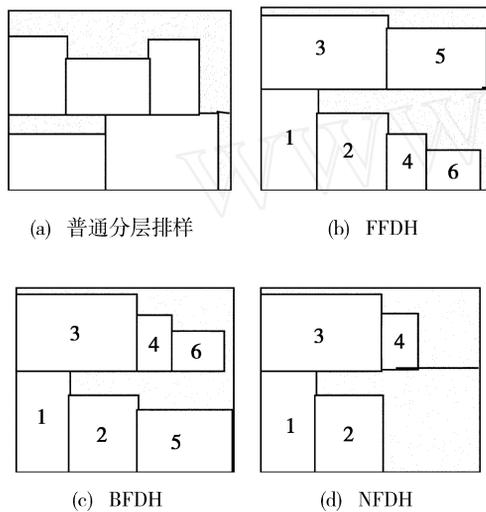


图 4 分层排样

Fig 4 Levering layout

从图 4(b)可知,采用 NFDH,需开辟第三层排放件 5、6,材料利用率最低。FFDH 和 BFDH 效果相近,但采用 BFDH,第一层利用率较高,若样件较多,则整体排样效果要好。其时间复杂度均为 $O(n \log n)$ 。

4.2 启发式搜索算法

首先给出(一个或一组)初始排样顺序,采用上述排布算法进行排样;然后搜索出最优排样顺序,使材料利用率最高或较高。搜索算法的主要作用是搜索最优排样顺序。文献[11]介绍了常用启发式搜索算法。

4.2.1 HC(Hill-climbing)局部搜索算法^[6]

HC 算法是从一个结果开始,搜索其邻近的解空间,是一种局部搜索算法。最大的弊端是易陷入局部而非全局最优解。后经改进形成梯度搜索法。

4.2.2 超级启发式(Meta-heuristic)算法

为弥补局部搜索法的不足,获取全局最佳解,许多学者深入研究,提出了诸如 GA、SA、NE 等较为复杂的超级启发式算法。

(1)遗传算法 GA(Genetic Algorithm)^[12]:是基

于自然选择和基因遗传学原理的一种群体寻优的搜索算法,可以防止收敛于局部最优解,而且对适应函数基本无限制,因而得到广泛应用。在排样时,通常把简单的启发式排放算法(BL, BLF 等)和 GA 综合使用,由 GA 搜索最优排放顺序,排放算法实现由排样顺序到排样图的解码过程。

Smith^[13]是最早把 GA 应用于排样问题的学者之一。他采用两种启发式排布算法研究不可旋转的矩形件排样,结果表明相对复杂的排布算法和 GA 综合,效果更好。从 20 世纪 90 年代初开始,很多学者对 GA 给予关注^[5,9-10,14]。并对各种遗传算子进行研究,Goldberg 采用部分匹配(PMX)交叉算子和最佳个体保存法, Syswerda 采用顺序(Order-based)变异算子进行排样。

(2)进化算法 NE(Naive Evolution):NE 的基本思想和 GA 一致,只是在产生新一代种群时不采用交叉算子,仅仅采用变异。因此可用 NE 来检验 GA 中交叉算子的选取是否合适。目前这种算法使用较少, Falkenauer^[15]和 Ratanapan & Dagli^[16]在处理 1D 装箱问题和 2D 问题时候采用此法。

(3)模拟退火算法 SA(Simulated Annealing):起源于对固体退火过程的模拟,同局部搜索一样从一个初始解开始搜索,但它采用 Boltzmann 接受准则,不仅接受邻域内的优质解,也以一定概率接受劣质解,从而避免收敛于局部最优解。理论上讲,只要退火初始温度足够高,退火过程足够慢,就能获取全局最优解。20 世纪 80 年代开始应用于优化问题。采用模拟退火算法能获取很好的排样效果,因此亦有大量文献报道^[6,17-18]。

此外还有禁忌搜索 TS(Tabu Searching)^[19]、神经网络 ANN(Artificial Neural Network)^[20]、随机搜索法 RS(Random Search)^[6]等,但同 GA、SA 相比使用较少。

表 1 是 20 世纪 90 年代以来,一些学者对超级启发式算法所做的研究。可见在应用 GA 算法时,有三种编码方案。一是 4~11 项给出的排列方式编码,即每个染色体暗含了排列顺序、排放方向等信息,具体的排放取决于解码方式;二是以 Krøger 为代表的学者采用的二叉树编码法,编码过程决定了样件在一个方向的位置,另一方向的位置需采用解码技术;三是采用二维编码包含样件的所有信息,直接进行排放,无需解码。

表 1 各种 Metaheuristics 算法在矩形件排样中的应用

Tab 1 Application of many metaheuristics algorithms in rectangular packing

序号	作者(年代)	排布算法 + 搜索算法	研究类型	其他信息
1	Liu & Teng(1999)	下台阶算法 + GA	RF	以排列进行编码
2	Hopper & Turton(2001)	BLF + GA, SA, NE	RF	以排列进行编码
3	Mumford-Valenzuela等(2003) ^[21]	BFDH + GA	RG	以排列进行编码
4	Bri & Monaci(2001, 2002) ^[22]	GA + TS	OF	以排列进行编码
5	Lai & Chan(1997) ^[23]	BL + NE	OF	以排列进行编码
6	Jakobs(1996)	BL + GA	RF	以排列进行编码
7	Poshyanonda & Dagli(2004)	BL + ANN + GA	RF	以排列进行编码
8	Hwang(1994) ^[24]	FFDH + GA	RG	采用二叉树把两个小矩形组合成一大矩形进行编码,并以 BL 方式解码较大矩形
9	Kroger(1991, 1995)	BL + GA	RF	采用二叉树编码固定一个方向的坐标,另一方向坐标根据 BL 排布算法确定
10	Herbert & Dowland(1996) ^[25]	GA	RF	采用二维编码技术编码,无需解码
11	Ratanapan & Kagli(1997, 1998)	GA + NE	RF	采用 2D 几何图形进行编码,无需解码
12	Andreas Bortfeldt(2005) ^[22]	BFDH + 后优化处理 + GA	RG	可适合不同下料工艺的需求,无需解码

4.3 算法比较

有关各种算法在排样效果和效率对比分析的文献较少。1998年 Burke & Kendall^[26]对一些给定的矩形件分别用 TS, SA 和 GA 进行排样,结果表明,TS 和 SA 对文中例子排样效果较好。Hopper & Turton^[6]对不同算法在不同数量及不同类型的矩形件排样进行了分析对比。

(1)在搜索算法相同的条件下, BLF 法的排布效果好于 BF 法,即材料利用率高。BL、BLF 的时间复杂度分别为 $O(n^2)$ 、 $O(n^3)$,因此同样规模的样件, BLF 所花时间较长。因此待排矩形数 n 较少时,可以采用 BLF;但当 n 较大时,就需要在材料利用率和效率之间权衡。文献[6]中给出 $n=197$ 时,采用 BL 算法用时 $324 \mu s$,采用 BLF 用时 $3\ 234 \mu s$ 。

(2)GA、SA 等搜索和排布算法联合使用时,用 BLF 比 BL 排样效果好,但效率低。同一问题下台阶算法在进化 100 代后获得较优解,而相同结果最低水平线法需要进化 2 000 代, BL 算法在 2 000 代仍达不到同样效果。

(3)综合算法排样效果优于单纯的排布算法^[6,9]。排布算法相同时,综合算法排样效果从高到低依次是 SA - > GA、NE - > HC、RS,但 SA 的迭代次数较多,一般来说是 GA 和 NE 的 5 倍。

(4)采用启发式搜索算法时,参数的选取与具体问题有关,影响求解速度和质量。如模拟退火算法,同一问题初始温度、冷却参数及终止温度有一组最佳组合。

宇航材料工艺 2006 年 第 5 期

(5)分层排布算法满足一刀切工艺要求。

文献[27]指出,任何算法都有不佳的问题实例,对矩形件排样目前还没有完全有效的方法。但综合来看, SA + BLF 综合算法效果最好,即材料利用率最高,但耗时也最长,可以用来处理数量较少(一般小于 30 个)零件排样问题。待排件较多时,可采用 GA + BL 算法,在较短的时间内获取较好的排样效果。

5 国内研究现状

目前国内对排样问题的研究以华中科技大学的曹矩^[28]、大连理工大学的刘德全^[29]和宁波理工大学的贾志欣^[10,18,27]等的研究较为深入。

国内矩形件排样始于 20 世纪 90 年代^[29],主要采用启发式算法、GA 及 SA 算法进行求解。亦有对单一尺寸矩形件(或种类较少)排样问题的研究,提出丁字尺算法及分块的启发式算法等^[30]。排样系统也随着算法研究的深入而发展,从最初的交互式到自动排样。曹矩最早开发了冲裁件排样系统,推出近似算法、背包算法、综合算法、遗传算法进行优化的矩形件排样软件^[28],贾志欣对异形件排样系统进行研究^[27],但与国外相比,无论深度还是广度都还有差距。针对 GA、SA 等进化算法如何选择算子和计算方法,以提高排样质量和效率的研究较少。

6 展望

进行优化排样,提高材料利用率是许多企业急需解决的问题。V ISTAGY 公司的 FiberSim 软件,可根据三维 CAD 模型进行平面展开,给出裁片数量,优化排

样方案等生产性数据。目前国内少见有关复合材料排样研究的报道,因此需要根据材料特点进行研究。

首先,针对矩形件排样,采用综合算法(即排布和搜索算法相结合)较好。但对复合材料排样问题,根据矩形件的尺寸、数量、工艺要求等,选用哪种排布算法和搜索算法相结合需要进一步研究。其次,搜索算法中的算子选择及其技术实现方法对解的质量影响很大,因此编码形式、交叉率、交叉方式、变异方式等有待深入研究。最后,在对各种算法进行研究的基础上,针对复合材料排样优化的具体问题,从实际需求出发,开发专用的快速排样软件。

参考文献

- 1 WWW. IT168. com. 广州红地 CATA 机械设计解决方案
- 2 赵渠森. 先进复合材料手册. 北京:机械工业出版社, 2003: 1 132 ~ 1 140
- 3 Liu hong, Zeng Guangzhou, Lin Zongkai A system of optimizing nesting with analogical learning mechanism. *Computers & Industrial Engineering*, 1997; 32 (4): 713 ~ 725
- 4 Heistemann J, Lengauer T. The nesting problem in the leather manufacturing industry. *Annals of Operations Research*, 1995; 57 (1): 147 ~ 173
- 5 Jakobs S On genetic algorithms for the packing of polygons, *Eur J. of Oper Res*, 1996; 88: 165 ~ 181
- 6 Hopper E, Turton B C H. An empirical investigation of meta-heuristic and heuristic algorithms for a 2D packing problem. *European Journal of Operational Research*, 2001; 128: 34 ~ 57
- 7 Martello S, Monaci M, Vigo D. An exact approach to the strip-packing problem. *Inform Journal on Computing*, 2003; (5): 310 ~ 319
- 8 Andrea Lodi etc. Two-dimensional packing problems: A survey. *Eur J. of Oper Res*, 2002; 141: 241 ~ 252
- 9 Liu D, Teng H. An improved BL-algorithm for genetic algorithm of the orthogonal packing of rectangles *Eur J. of Oper Res*, 1999; 112: 413 ~ 420
- 10 贾志欣, 殷国富, 罗阳. 二维不规则零件排样问题的遗传算法求解. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2002; 14 (5): 467 ~ 470
- 11 Hopper E, Turton B C H. A review of the application of meta-heuristic algorithms to 2D strip packing problems *Artificial Intelligence Review*, 2001; 16: 257 ~ 300
- 12 朱剑英. 智能系统非经典数学方法. 武汉:华中科技大学出版社, 2001: 239 ~ 316
- 13 Smith D. Bin-packing with adaptive search. In: Grefenstette J ed *Proceedings of an international conference on genetic algorithms and their applications* Lawrence Erlbaum, London, — 20 —

1985: 202 ~ 206

- 14 Poshyanonda P, Dagli C H. Genetic neuro-nester *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2004; 15: 201 ~ 218
- 15 Falkenauer E. Genetic algorithms and grouping problems *Journal of Intelligent Manufacturing*, 1998; 15: 201 ~ 218
- 16 Ratanapan K, Dagli C H. An object-based evolutionary algorithm for solving rectangular piece nesting problems. In: *Proceedings of the IEEE conference on evolutionary computation, IEC*, 989 ~ 994, IEEE, Piscataway, NJ, USA
- 17 Faina L. Application of simulated annealing to cutting stock problem. *Eur J. of Oper Res*, 1999; 68: 389 ~ 399
- 18 贾志欣, 殷国富, 罗阳等. 矩形件排样的模拟退火算法求解. *四川大学学报(工程科学版)*, 2001; 33 (5): 35 ~ 38
- 19 Lodi A, Martello S, Vigo D. Approximation algorithm for the oriented two-dimensional bin packing problem. *Eur J. of Oper Res*, 1999; (112): 158 ~ 166
- 20 Dagli C H, Poshyanonda P. New approaches to nesting rectangular patterns *Journal of Intelligent Manufacturing*, 1997; (8): 177 ~ 190
- 21 Mumford-Valenzuela C L, Vick J, Wang P Y. Heuristic for large strip packing problems with guillotine patterns: An empirical study. In: *Metaheuristics: Computer Decision-Making* Kluwer Academic Publishers BV, 2003: 501 ~ 522
- 22 Andreas Bortfeldt. A genetic algorithm for the two-dimensional strip packing problem with rectangular pieces *Eur J. of Oper Res*, 2005
- 23 Lai K K, Chan W M. An evolutionary algorithm for the rectangular cutting stock problem. *International Journal of Industrial Engineering*, 1997; (4): 130 ~ 139
- 24 Hwang S M, Cheng Y K, Hong J G. On solving rectangle bin packing problems using genetic algorithms. In: *Proceedings of the 1994 IEEE international conference on systems, Man and Cybernetics* IEEE, Piscataway, NJ, USA, 1994: 1 583 ~ 1 590
- 25 Herbert E A, Dowsland K A. A family of genetic algorithms for the pallet loading problem. *Annals of Operations Research* 1996; 63: 415 ~ 436
- 26 Burke E, Kendall G. Comparison of meta-heuristic algorithms for clustering rectangles. In: *Proceedings of the 24th international conference on computers and industrial engineering*, 1998, Uxbridge, UK
- 27 贾志欣. 排样问题的研究现状与趋势. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2004; 16 (7): 890 ~ 897
- 28 曹炬. 二维异性形切割件优化排样的拟合算法. *中国机械工程*, 2000; 11 (4): 438 ~ 441
- 29 刘德全. 计算机辅助排样的理论方法及其实现. 大连理工大学博士学位论文, 1998
- 30 方仍存, 曹炬, 陈学松等. 矩形件排样优化的丁字尺法. *锻压技术*, 2004; (3): 24 ~ 26

(编辑 吴坚)

宇航材料工艺 2006年 第5期