

复合材料三维四向矩形类编织物表面结构研究

黄小平

(南京林业大学 南京 210037)

徐宁光 孙良新

(南京航空航天大学 南京 210016)

文 摘 针对有限元计算对几何参数的需要,详细研究了由四步 1 1 法编织的复合材料三维四向矩形截面类型预成形件的表面结构,为其建立了较准确的几何模型。以矢量分析方法导出表面纱段轴线、表面纱段与内部纱段的接触线等数学表达式。据此得到该材料表面结构的几何参数值和下面结果:表面纱段轴线由两条相互对称且位于正交平面上的椭圆弧光滑连接而成;同一条纱线的表面段和内部段为光滑连接;接触线是椭圆弧。提出了由表面纱段倾斜角推算纱线内部编织角应注意的一个问题。

关键词 复合材料,三维编织,表面结构,几何模型

A Study on Surface Structure of 3D Rectangular Braided Composite Preforms

Huang Xiaoping

(Nanjing Forestry University Nanjing 210037)

Xu Ningguang Sun Liangxin

(Nanjing University of Aeronautics & Astronautics Nanjing 210016)

Abstract To meet the need for geometric parameters in finite element investigation, the surface structure of three dimensional (3D) four directional rectangular composite preforms, braided by 4 steps and 1 1 procedure, is studied, and a more accurate geometry model of the structure is developed. The vector analysis method is used to deduce some mathematic expressions such as axis of yarn (fiber bundle) at fabric surface, contact curve at which surface yarn touches with internal yarn, and etc. These formulas can give geometric parameters of the surface structure of this material, and lead to following results. The axis of yarn at fabric surface is constituted by smooth connection of two symmetric ellipse arcs situating respectively in orthogonal plans, one part of a yarn at fabric surface links another part at interior smoothly and the contact curve is a ellipse arc. A noticeable problem of calculating yarn's interior braiding angle from yarn's surface inclination is also presented in this paper.

Key words Composite, 3D braiding, Surface structure, Geometry model

1 前言

90年代以来,三维编织复合材料的几何结构和力学性能成为复合材料学科的研究热点,材料的几

何结构模型是其力学模型的基础,复合材料三维四向矩形截面类型编织物的结构由内部结构、表面结构和角柱结构所组成^[1]。纱线(纤维束)在织物内部

收稿日期:1999-06-02;修回日期:2000-03-06

黄小平,1955年出生,副教授,主要从事三维编织复合材料的力学分析工作

取直线路径,情况较简单,国内外学者对此研究得较多。纱线在织物表面和角柱处是曲线,精确分析相当困难,现有文献均将其处理为直线。这样的几何模型不适用于这种材料强度性能的研究。本文详细探讨了由四步 1 1 法编织的三维四向矩形截面类型织物的表面结构,为其建立了较准确的几何模型并导出相应公式,据此确定出该材料有限元计算所需要的几何参数值。

2 表面结构几何模型的建立

2.1 说明

2.1.1 纱线路径的性质

根据对预成形件实物观察可知其纱线路径有下列性质。织物的表面结构见图 1,矢量关系见图 2。

(1) 纱线的轴线(中心线)在织物的各个地方处处光滑。

(2) 从织物内部到达表面、又返回内部的过程中,纱线取弯曲路径,本文称其为纱线的表面段,简称表面段。而织物中路径为直线的纱线段称为纱线的内部段,简称内部段。表面段在与之接触的内部段上绕过时[如图 1(a)所示,纱线 I 的线段 AOA 在纱线 II、III 的直线段上绕过],两者之间连续接触于一曲线段(由于纱线间相互挤压,实际情况是小面积接触。为便于分析,视为线接触)。

(3) 表面段轴线由对称的两曲线段组成,[参见图 1(a),表面段轴线 AOA 由对称于点 O 的曲线段 OA 和 OA 组成]。

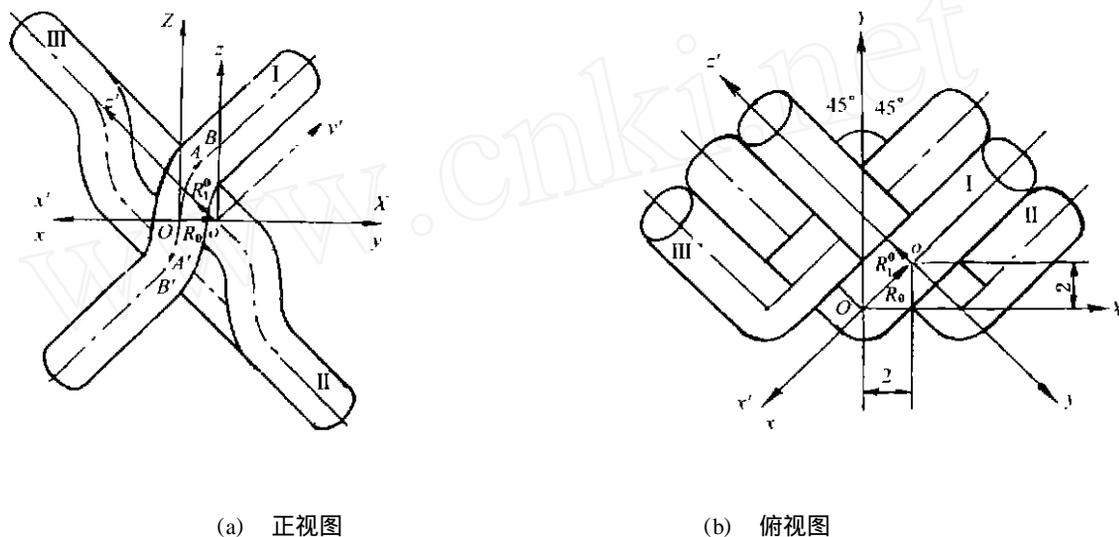


图 1 织物的表面结构

Fig. 1 Surface structure of braided preform

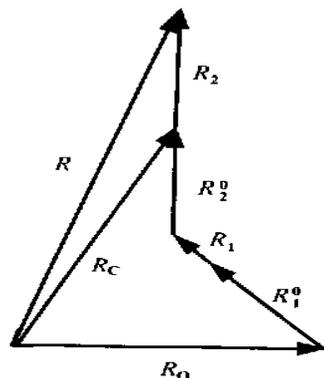


图 2 矢量关系图

Fig. 2 Diagram of vector relations

2.1.2 假设和约定

(1) 设在织物各处纱线的横截面恒为圆形,且织物处于挤塞状态。故其内部编织角 $\alpha = 54.7421^\circ$, $\sin \alpha = \sqrt{2}/3$, $\cos \alpha = 1/\sqrt{3}$, $\tan \alpha = \sqrt{2}$ 。

(2) 设表面段轴线是在垂直于织物横截面且与织物表面成 45° 的平面上(根据对实物的观察,该假设与实际情况差别不大)。则表面段轴线简化成平面曲线,它在织物横截面上的投影为直线。纱线表面段和内部段在织物横截面上的投影如图 1(b)所示,相应的表面结构正视图如图 1(a)所示。

研究中发现,织物的各几何长度量均可由纱线

半径线性表出,为简单起见,将各长度标准化:取纱线的半径为1。故本文中各长度值为它们的实际值与纱线实际半径的比值;用本文中各长度值乘以纱线的实际半径得各长度的实际值。

2.1.3 研究内容

织物表面结构研究的主要内容是确定表面段轴线的路径、表面段与内部段的接触线的路径、表面段与内部段在它们圆柱面接触点处的公法线方向(若

不计两纱之间摩擦,该方向是两纱之间相互作用力方向)。

根据上述假设2和性质3,表面段轴线AOA由对称于点O且位于两个相互正交的平面内的曲线段OA和OA连接而成。由于对称,下面只研究其中的曲线段OA及其对应的接触线段EF和公法线方向,分别用矢量 R 、 R_C 和 R_2^0 (详细定义见稍后)来描述它们,由矢量运算导出其表达式(图3~图5)。

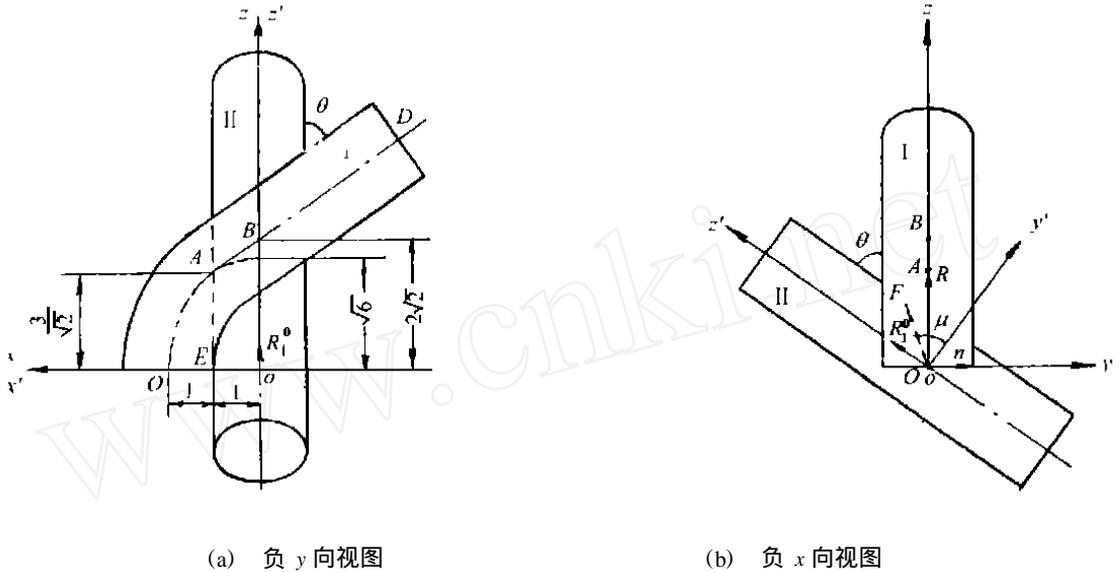


图3 表面结构的斜视图

Fig.3 Oblique view of surface structure

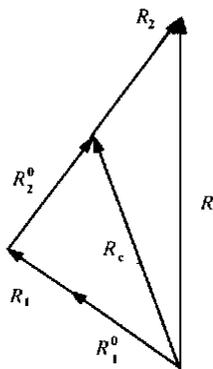


图4 矢量关系图

Fig.4 Diagram of vector relations

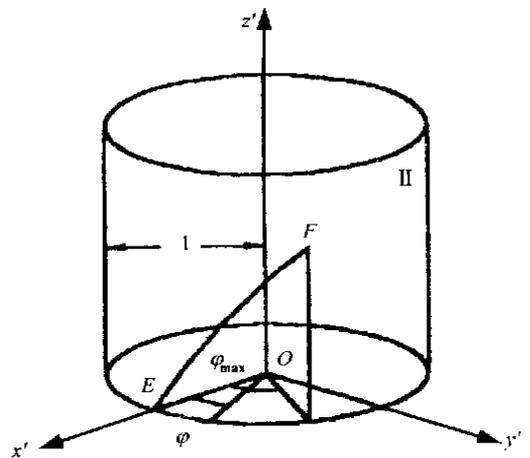


图5 内部段表面上的接触线

Fig.5 Contact curve on surface of internal yarn

2.1.4 坐标系

为便于研究表面段轴线 OA 和接触线 EF , 建立右手直角局部坐标系 $oxyz$ 和 $ox'yz'$, 见图 1、图 3 和图 5。图 3(a)、(b) 分别是在图 1 中, 沿 y 轴和 x 轴的负方向看到的视图。为简单起见, 图 3(a)、(b) 中仅画出了纱线 II 以及纱线 I 的 $OABD$ 段。为使这两条曲线的表达形式简单, 取表面段轴线 OA 所在平面与该表面段所绕过的内部段的轴线的交点为原点 o ; x 轴和 x' 轴重合, 均沿该平面和织物横截面的交线, 指向织物外部为其正向; z 轴沿织物纵向, z' 轴沿纱线 II 的内部段轴线, 均朝上为正; y 轴和 y' 轴由右手规则确定其方向。坐标系 $oxyz$ 绕 x 轴逆时针向转过角 θ 即得坐标系 $ox'yz'$ 。

因几何和力学计算通常在整体坐标系中进行, 又建立右手直角整体坐标系 $OXYZ$, 如图 1、图 6 所示。表面段轴线 AOA 的对称点 O 为原点; X 轴和 Y 轴位于织物横截面内, 与织物表面垂直且指向织物外部为其正向; Z 轴与 z 轴平行且指向一致。点 O 和点 o 位于织物同一横截面内, 间距 Oo 等于纱线直径; x 轴和 y 轴绕 z 轴逆时针向转过角 135° 即得 X 轴和 Y 轴的指向。

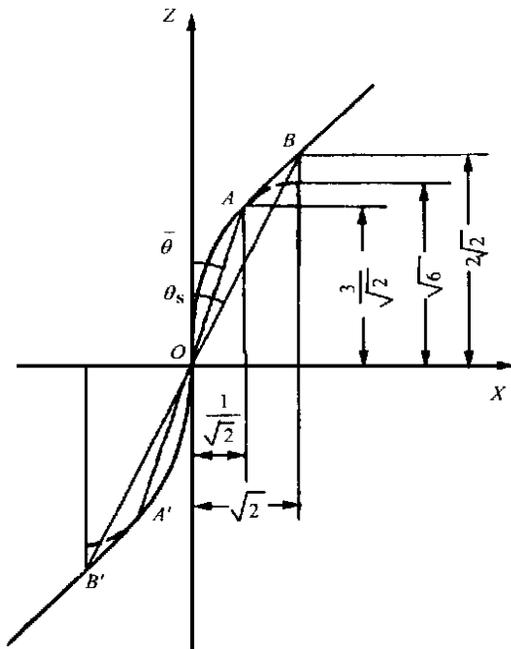


图 6 表面段轴线

Fig. 6 Axis of surface yarn

2.1.5 矢量记号

为使推导容易、表达简洁和便于应用, 采用矢量来描述三维空间中的点和方向, 推导相应方程。参见图 1~图 4, 记:

R ——表面段轴线 OA 上的点的矢径;

R_1 ——表面段轴线 OA 上的点在表面段所绕过的内部段的轴线上的投影点的矢径;

R_C ——表面段与内部段接触线上的点的矢径;

R_2 ——从 R_1 的终点到 R 的终点的矢量;

R_0 ——从点 O 到点 o 的矢量;

R_1^0 —— R_1 方向上的单位矢;

R_2^0 —— R_2 方向上的单位矢;

n ——表面段轴线所在平面的法向单位矢;

R_1 —— R_1 的大小;

R_2 —— R_2 的大小;

R_0 —— R_0 的大小。

其中: R_1 的起点为 o 。 R 和 R_C , 当采用 $oxyz$ 和 $ox'yz'$ 系进行研究时起点为 o , 当采用 $OXYZ$ 系进行研究时起点为 O 。

根据上述纱线半径为 1 的约定, 对各矢量的定义和图 1、图 3 可知, $R_0 = R_2 = 2$, R_1 垂直于 R_0 和 R_2 , $R_1 = R_1 R_1^0$, $R_2 = R_2 R_2^0 = 2 R_2^0$ 。 R_2^0 表示表面段和内部段在圆柱面接触点处的公法线方向 (若不计两纱之间摩擦, R_2^0 也表示两纱之间相互作用力方向)。

R_0 、 R_1 、 R_2 、 R_C 和 R 不在同一平面上, 它们之间关系可用三维空间中的矢量多边形来表示。

考虑到把织物表面结构绘成空间图形, 且在其中绘制 R_0 、 R_1 、 R_2 、 R_C 和 R 等矢量构成的多边形将引起图中线条过多而不清楚, 故只把此多边形画在图 2 和图 4 中, 以帮助理解各矢量相互关系。

2.2 表面段轴线、接触线和公法线方向的表达式

为定量了解织物表面结构, 下面给出表面段轴线、接触线和公法线方向等几何量在局部和整体坐标系中的表达式。在局部坐标系中作分析时, 运用下列等式 (参见图 3 和图 4, 注意纱线半径为 1)

$$\begin{aligned} R &= R_1 + R_2 & R_C &= (R + R_1)/2 & R_2^0 &= (R - R_1)/2 \\ R \cdot n &= 0 & R \cdot R_1^0 &= R_1 & R^2 &= R_1^2 + R_2^2 \end{aligned} \quad (1)$$

αyz 系中, $n = (0 \ 1 \ 0)$, $R_1^0 = (0 \ -\sin \ \cos) = (0 \ -\sqrt{2} \ 1)/\sqrt{3}$, 记 $R = (x \ y \ z)$, $R_C = (x_C \ y_C \ z_C)$, 代入式(1)得

$$\frac{x^2}{2^2} + \frac{z^2}{\sqrt{6}} = 1 \quad (2)$$

$$R_C = (\sqrt{1 - z^2/6} \ -\sqrt{2}z/6 \ 2z/3) \quad (3)$$

$$z_C = -2\sqrt{2}y_C \quad (4)$$

$\alpha y z$ 系中, $n = (0 \ \cos \ -\sin) = (0 \ 1 \ -\sqrt{2})/\sqrt{3}$, $R_1^0 = (0 \ 0 \ 1)$, 记 $R = (x \ y \ z)$, $R_C = (x_C \ y_C \ z_C)$, 代入式(1)得

$$R_C = (x/2 \ \sqrt{1 - x^2/4} \ \sqrt{2 - x^2/2}) \quad (5)$$

$$z_C = \sqrt{2}y_C \quad (6)$$

在整体坐标系 $OXYZ$ 系中作分析时, 运用下列等式(参见图 1 和图 2, 注意纱线半径为 1)

$$\begin{aligned} R &= R_0 + R_1 + R_2 & R_C &= (R + R_0 + R_1)/2 & R_2^0 &= [R - (R_0 + R_1)]/2 \\ R \cdot n &= 0 & R \cdot R_1^0 &= R_1 & (R - R_0)^2 &= R_1^2 + R_2^2 \end{aligned} \quad (7)$$

这里, $n = (1 \ -1 \ 0)/\sqrt{2}$, $R_0 = \sqrt{2}(1 \ 1 \ 0)$, $R_1^0 = (-1 \ 1 \ 1)/\sqrt{3}$, 记 $R = (X \ Y \ Z)$, 代入式(7)得

$$\frac{(X - \sqrt{2})^2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{Z^2}{(\sqrt{6})^2} = 1 \quad (8)$$

$$R = (\sqrt{2} - \sqrt{2 - Z^2/3} \ \sqrt{2} - \sqrt{2 - Z^2/3} \ Z)$$

$$R_0 + R_1 = (\sqrt{2} - Z/3 \ \sqrt{2} + Z/3 \ Z/3)$$

$$R_C = (\sqrt{2} - Z/6 - \sqrt{1/2 - Z^2/12} \ \sqrt{2} + Z/6 - \sqrt{1/2 - Z^2/12} \ 2Z/3)$$

$$R_2^0 = (Z/6 - \sqrt{1/2 - Z^2/12} \ -Z/6 - \sqrt{1/2 - Z^2/12} \ Z/3) \quad (9)$$

2.3 讨论

2.3.1 表面段轴线

由 2.1.1 节所述性质(1)可知, 同一条纱轴线, 它在织物表面的曲线段轴线应和它在织物内部的直线段轴线在某点相切连接, 例如图 3(a)中曲线段 OA 和直线段 AD 在点 A 相切。由这个“相切连接条件”可求出 αyz 系中点 A 的坐标 x_A 、 z_A 和对应的接触点 F [参见图 3(b)和图 5]的矢径: 内部段与 z 轴

之间的夹角为 θ , 根据文献[2]的分析, 图 3(a)里的点 B 的 z 坐标是 $2\sqrt{2}$ (一个编织四步中纱线在 z 方向所延伸距离的一半)。由式(2)可得 $3x \frac{dx}{dz} + 2z = 0$; 又线段 OA 与 AD 相切, 两者在点 A 的斜率相等, 参见图 3(a), 应有 $\frac{dx}{dz} = -\text{tg} \theta = -\sqrt{2}$, 从这两式得 $z = 3x/\sqrt{2}$, 再与式(2)联立得 $x_A = 1$, $z_A = 3/\sqrt{2}$ 。将 $z = z_A = 3/\sqrt{2}$ 代入式(3)得到点 F 的矢径 $R_C =$

$(1/2 - 1/2 \sqrt{2})$ 。

根据式(2)绘出的表面段的形状如图3(a)所示。注意表面段关于点O的对称性,根据式(8)绘出的表面段轴线AOA在XZ面上的投影如图1(a)和图6所示。由图3(a)和图1可知:表面段轴线AOA是由中心在xy面上、短半轴为2、长半轴为 $\sqrt{6}$ 的两个对称椭圆弧(分别位于与织物表面成45°且与织物纵向平行的正交平面上)在它们短半轴处光滑连接而成。又由图3(a)、图1(b)和图6可知,表面段轴线AOA在x和y方向上变动的距离为1;在X方向上变动的距离为 $\sqrt{2}$;在Z方向上变动的距离为 $2z_A$ 即 $3\sqrt{2}$ (相当于编织的三步中纱线沿织物纵向所延伸的距离)。

见图6,由 $\tan \bar{\alpha} = \frac{1/\sqrt{2}}{3/\sqrt{2}} = 1/3$ 有 $\bar{\alpha} = 18.4^\circ$,此值与表面纱段倾斜角的实测值(约 20°)接近。由 $\tan s = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1/2$ 有 $s = 26.6^\circ$,这是目前大多采用的由文献[1]中给出的表面编织角,则与上述实测值相差较远。原因在于 s 是面元单胞(高度为 $4\sqrt{2}$)中纱线BOB的倾斜角,但由于该纱线段的两端部分(大约从点A、A开始,即线段AB、A'B',两者高度之和约为 $\sqrt{2}$)实际上被其它表面纱所遮盖,故测量者眼睛能看到的表面段的倾斜角约为 $\bar{\alpha}$ 。因而,若把这样的目测值视作 s ,用文献[1]中给出 $\tan \alpha = 2\sqrt{2}\tan s$ 来推算内部编织角将会导致一定误差,应注意避免。

2.3.2 接触线

根据式(4)绘出的接触线EF如图3(b)中的虚线所示。根据式(6)绘出的在内部段圆柱面上的接

触线EF如图5所示。由式(4)知,接触线EF在yz平面上的投影是直线。参见图3(b),设 μ 为该投影线分别与z轴、y轴的夹角,则由式(4)有 $\tan \mu = -y_c/z_c = 1/(2\sqrt{2})$,得 $\mu = 19.5^\circ$;由式(6)有 $\tan \mu = z_c/y_c = \sqrt{2} = \tan \mu$ 得 $\mu = 60^\circ$ 。因此可知接触线段EF是通过x轴且与xz面成 19.5° 角的平面与内部段圆柱面的交线的一部分,必为一椭圆弧,其中心在点o,短半轴为1、长半轴为 $1/\cos \mu = 1/\cos 60^\circ = \sqrt{3}$ 。

参见图5,设 θ 为点o和接触线EF上的点在xy面上的投影的连线与x轴的夹角,注意式(6),就有

$$R_C = (\cos \theta \quad \sin \theta \quad \sqrt{2} \sin \theta) \quad (10)$$

见图3(a)和图5, $x = 2$ 和 $x = 1$ 分别对应于接触线上的点E($\theta = 0$)和点F($\theta = \theta_{\max}$),将 $x = 1$ 代入式(5)得点F的矢径 $R_C = (1 \quad \sqrt{3} \quad \sqrt{6})/2$ 。与式(10)对照可知 $\theta_{\max} = 60^\circ$,即 θ 的变动范围为 $0 \sim 60^\circ$ 。

2.4 表面段轴线、接触线和公法线方向的常用值

根据式(9),下表给出有限元计算所需的 R 、 R_C 、 R_2^0 、 $R_0 + R_1$ 的几组常用值(当R的Z坐标依次等于 $0, 1/\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3/\sqrt{2}$,如表1中R下方的第三列所示)。其中各矢量下方每一行三小格里的值为该矢量所代表的点的整体坐标值。各矢量坐标的一组对应的值列在同一行中,例如,当 $Z = 0$ 时,由式(9)有 $R = (0 \quad 0 \quad 0)$ 、 $R_C = (1/\sqrt{2} \quad 1/\sqrt{2} \quad 0)$ 、 $R_2^0 = (-1/\sqrt{2} \quad -1/\sqrt{2} \quad 0)$ 、 $R_0 + R_1 = (\sqrt{2} \quad \sqrt{2} \quad 0)$,它们是一组对应值,列在同一行(第二行)中。

表1 R 、 R_C 、 R_2^0 、 $R_0 + R_1$ 的常用值(当 $Z = 0, 1/\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3/\sqrt{2}$)

Tab.1 The most common values of R 、 R_C 、 R_2^0 、 $R_0 + R_1$ (When $Z = 0, 1/\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3/\sqrt{2}$)

Z	R			R_C			R_2^0			$R_0 + R_1$		
0	0	0	0	0.707	0.707	0	-0.707	-0.707	0	1.414	1.414	0
$1/\sqrt{2}$	0.060	0.060	0.707	0.619	0.855	0.471	-0.559	-0.795	0.236	1.179	1.650	0.236
$\sqrt{2}$	0.260	0.260	1.414	0.601	1.073	0.943	-0.342	-0.813	0.471	0.943	1.886	0.471
$3/\sqrt{2}$	0.707	0.707	2.121	0.707	1.414	1.414	0	-0.707	0.707	0.707	2.121	0.707

3 结束语

针对由四步11法编织的三维四向矩形编织物

复合材料强度分析和有限元计算的需要,详细研究

(下转第41页)

3.5 高压保压时间 t_2 的确定

材料在高温高压下的致密化需要一个过程,因此,要想获得致密化的材料工艺参数 t_2 的选择也是很重要的。图 6 反应了不同高温保压时间 t_2 对 TiC - 30Ni 材料密实度的影响,当 $t_2 = 20$ s 时密实度达到最高,当 t_2 继续增加时,因为产物中的液相已经凝固,包覆在固相颗粒周围,形成稳定的骨架结构,致密性不再提高,用同样方法确定其他成分材料的 $t_2 = 20$ s。

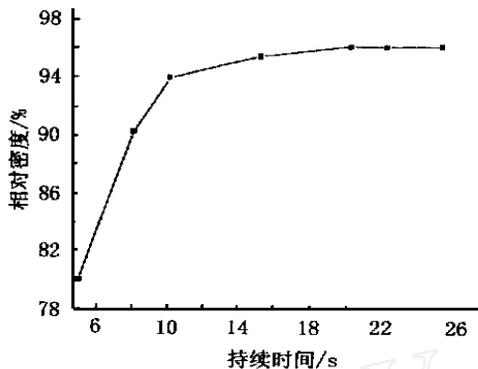


图 6 高压持续时间 t_2 对产物(TiC - 30Ni)密实度的影响

Fig. 6 Influence of dwell time under high press on relative density of TiC - 30Ni

4 结论

致密化工艺参数显著影响燃烧合成产物 TiC - Ni 材料的质量。通过实验优化了 Ti - C - Ni 系 SHS/ HIP 工艺,确定了各体系的最佳预制块相对密度为 56 % 左右;预压 P_1 为 10 MPa;高压压力 P_2 为 160 MPa;高压保压时间为 20 s。并确定了各体系的最佳加压时间 t_1 。

参考文献

- 1 John J M, Feng H J. Combustion synthesis of advanced materials: part I. reaction parameters. Progress in Materials Science. 1995;39(2):243 ~ 273
- 2 张幸红. 自蔓延高温燃烧合成 TiC - Ni 梯度功能材料的研究. 哈尔滨工业大学博士学位论文,1999:26,37
- 3 Lasalvia J C, Meyers M A. Microstructure, properties, and mechanisms of TiC - Mo - Ni cermets produced by SHS. Inter. J. SHS. ,1995;4(1):43 ~ 57
- 4 Holt J B, Munir Z A. Combustion synthesis of titanium carbide: theory and experiment. J. Mater. Sci. ,1986;21(3):251 ~ 259
- 5 Dunmed S D, Munir Z A. Temperature profile analysis in combustion synthesis: 1. theory and background. J. Am. Ceram. Soc. ,1992;75(1):175

(上接第 19 页)

了这种材料预成形件的表面结构。在与实际情况差别不大的假设下,用矢量方法导出了纱线的表面段轴线、表面段与内部段的接触线以及表面段与内部段在它们圆柱面接触处相互作用力方向的解析表达式,进而获得下述较重要结果。

(1) 表面段轴线由短半轴为 2、长半轴为 $\sqrt{6}$ 的两个对称椭圆弧(分别位于与织物表面成 45° 且与织物纵向平行的正交平面上)在它们短半轴处光滑连接组成,它沿织物纵向延伸的距离为 $3\sqrt{2}$,沿织物表面横向延伸的距离为 $\sqrt{2}$ 。同一条纱线的表面段轴线和内部段轴线也是光滑连接。

(2) 表面段和内部段的接触线是短半轴为 1、长半轴为 $\sqrt{3}$ 的椭圆弧,它在内部纱段的横截面上的投影所对中心角为 60° ,它所在的平面和表面段轴线所在平面成 19.5° 。

宇航材料工艺 2000 年 第 3 期

(3) 提出了由表面纱段的倾斜角推算纱线内部编织角应注意的一个问题。

(4) 给出了有限元计算所需的织物表面结构几何参数值。

作者曾用圆截面绳按第四步 1.1 法制作了挤塞状态的三维四向矩形类编织物。将本文工作和这些实物对比,发现符合得好或较好,因而本文所得结果可在该材料的力学分析中应用和作为划分织物结构单胞的依据。

参考文献

- 1 Wang You-Qi, Wang A S D. Microstructure/property relationships in three-dimensionally braided fiber composites. Composites Science and Technology, 1995; 53:213 ~ 222
- 2 Li W, Hammad M, El-Shiekh A. Structural analysis of 3-D braided preforms for composites, Part I: the four-step preforms. J. Text. Inst. ,1990;81(4):491